

附录一 信息负荷均衡点稳定性的证明

为了严格证明两个均衡点 z^* 的稳定性，需要分析当系统偏离这些点时，其动态行为是收敛回均衡点还是进一步发散。

（一）动态系统

模型的核心动态变量是“信息负荷” z ，定义为原始数据与人工智能资本的比率，即：

$$z_t = \frac{D_t}{K_{AI,t}} \text{（在平衡增长路径上已设定 } \gamma = 1 \text{）}。$$

z_t 随时间的变化率由其分子和分母的相对增长率决定：

$$\frac{\dot{z}_t}{z_t} = \frac{\dot{D}_t}{D_t} - \frac{\dot{K}_{AI,t}}{K_{AI,t}} = g_{D,t} - g_{K_{AI},t}$$

一个均衡点 z^* 是一个稳态，在该点上 $\dot{z}_t = 0$ ，意味着原始数据的增长率等于人工智能资本的增长率， $g_D = g_{K_{AI}}$ 。

（二）反馈机制

均衡的稳定性取决于系统的反馈回路。在本模型中，该回路如下运作：

信息负荷（ z_t ）的变化会影响有效数据（ $D_{eff,t}$ ）的水平；

有效数据（ $D_{eff,t}$ ）的变化会改变创新的生产率和盈利能力；

创新盈利能力的变化会影响企业对人工智能资本的投资决策，从而改变人工智能资本的增长率（ $g_{K_{AI},t}$ ）；

最后， $g_{K_{AI},t}$ 的变化会反馈到 $\dot{z}_t$ 的动态方程中，最终决定 z_t 是回归均衡还是偏离均衡。

为了将上述过程形式化，基于模型结构做出两个合理的假设：

假设 1

人工智能资本的增长率 $g_{K_{AI},t}$ 是有效数据水平 $D_{eff,t}$ 的一个增函数。更高的研发生产率使得作为关键数据处理投入的人工智能更有价值，从而激励更多投资。可以将其写为：

$$g_{K_{AI},t} = \Psi(D_{eff,t}), \text{ 其中 } \Psi' > 0。$$

假设 2

在围绕给定平衡增长路径的局部稳定性分析中，可以将原始数据的增长率 $g_{D,t}$ 视为相对恒定。因为它由消费驱动，而消费通常比投资更平滑，对创新生产率冲击的即时反应较小。

（三）形式化稳定性分析

我们定义函数 $H(z_t) = \dot{z}_t$ 。一个均衡点 z^* 是稳定的，如果系统在该点上对状态变量的导数为负，即 $H'(z^*) < 0$ 。如果 $H'(z^*) > 0$ ，则该均衡点是不稳定的。

使用乘积法则，求得 $H(z_t)$ 的导数：

$$H'(z_t) = \frac{d\dot{z}_t}{dz_t} = \dot{z}_t \cdot \Psi'(D_{eff}(z_t)) \cdot \frac{\partial D_{eff}(z_t)}{\partial z_t}$$

在一个均衡点 z^* 处，我们知道 $\dot{z}_t = 0$ ，这意味上式的第一项为零。

因此，稳定性条件简化为上式第二项的符号：

$$H'(z^*) = -z^* \cdot \Psi'(D_{eff}(z^*)) \cdot \frac{\partial D_{eff}(z^*)}{\partial z^*}$$

已知 $z^* > 0$ ，并且我们已经假设 $\Psi' > 0$ 。

因此， $H'(z)$ 的符号完全由 $-\frac{\partial D_{eff}(z^*)}{\partial z^*}$ 的符号决定。

1. 证明均衡点 $z_1 < 1$ （数据稀缺路径）的稳定性

对于此均衡点，有： $z_1^* < 1$ 。

有效数据函数 D_{eff} 的导数为：

$$\frac{\partial D_{eff}}{\partial z^*} = (1 - z)e^{1-z}$$

当 $z = z_1^* < 1$ 时，该导数为正。

接下来，我们在 z_1^* 处评估稳定性条件：

$$H'(z_1^*) = - \underbrace{z_1^*}_{正} \cdot \underbrace{\Psi'(D_{eff}(z_1^*))}_{正} \cdot \underbrace{(1 - z_1^*)e^{1-z_1^*}}_{正}$$

由之前的分析易知： $H'(z_1^*) = -(\text{正}) \cdot (\text{正}) \cdot (\text{正}) = \text{负}$

因此，由于 $H'(z_1^*) < 0$ ，均衡点 z_1^* 是稳定的。

综上所述，如果经济体处于 z_1^* 附近，一个微小的冲击使 z_t 略微上升，它将沿着倒 U 型曲线的有效率的上升段移动。这会增加 $D_{eff,t}$ ，提升创新回报，并激励更多的人工智能投资。由此带来的 K_{AI} 的更快增长将超过D的增长，导致 z_t 回落至 z_1^* 。此时，系统是自我修正的。

2. 证明均衡点 $z_2 > 1$ （信息过载路径）的稳定性

对于此均衡点，有： $z_2^* > 1$ 。

已知有效数据函数 D_{eff} 的导数为：

$$\frac{\partial D_{eff}}{\partial z^*} = (1 - z)e^{1-z}$$

当 $z = z_2^* > 1$ 时，该导数为负。

接下来，我们在 z_2^* 处评估稳定性条件：

$$H'(z_2^*) = - \underbrace{z_2^*}_{正} \cdot \underbrace{\Psi'(D_{eff}(z_2^*))}_{正} \cdot \underbrace{(1 - z_2^*)e^{1-z_2^*}}_{负}$$

由之前的分析易知： $H'(z_2^*) = -(\text{正}) \cdot (\text{正}) \cdot (\text{负}) = \text{正}$

因此，由于 $H'(z_2^*) > 0$ ，均衡点 z_2^* 是不稳定的。

综上所述，如果经济体处于 z_2^* 附近，一个微小的冲击使 z_t 略微上升，它将沿着倒 U 型曲线的无效率的下降段进一步下滑。这会减少 $D_{eff,t}$ ，降低创新回报，并抑制人工智能投资。由此导致的 K_{AI} 增长放缓将使 z_t 进一步上升，推动经济在一个自我强化的恶性循环中陷入更深的“数据增长陷阱”之中。此时，整个系统是自恶化的。

以上过程严格证明了，基于模型的核心机制，只有信息负荷小于 1 的均衡点（ $z^* < 1$ ）是稳定的，并且可以作为长期的稳态点被实现。而信息负荷大于 1 的均衡点（ $z^* > 1$ ）则是一个不稳定的临界点，一旦越过，经济将陷入一条持续的低效率增长路径。